Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS COMMERCE INTERNATIONAL • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf pour la spécialité Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Freinage d'un chariot et étude d'une fonction exponentielle** (12 questions) — **Page 3**
2. **Contrôle de production de tubes fluorescents et de rivets** (9 questions) — **Page 7**
3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsci.fr/assets/annales/bts-ci/E2 - Mathématiques/2022/BTS CI - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d'un chariot et étude d'une fonction exponentielle

Un chariot de fête foraine, lancé à 20 m·s⁻¹, est ralenti par un système de freinage dont la vitesse est modélisée en fonction du temps. L'étude porte sur une équation différentielle, les variations et la limite d'une fonction, la distance parcourue, un développement limité et une tangente.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1. a. **Résoudre l'équation différentielle homogène y' + 0,8y = 0.**

La formule pour l'équation homogène $y' + ay = 0$ donne $y(t) = Ce^{-at}$. Ici, $a = 0,8$, avec C une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t}, \quad C \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. **La fonction g est définie sur [0 ; +∞[par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.**

Comme $g(t) = 5$, sa dérivée est nulle. La substitution dans le membre de gauche donne :

$$g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4.$$

L'égalité est vérifiée pour tout t.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 5$ est bien une solution de $y' + 0,8y = 4$.

Question 1. c. **Déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.**

Les solutions de l'équation complète s'obtiennent en ajoutant une solution particulière, $g(t) = 5$, aux solutions de l'équation homogène.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 5 + Ce^{-0,8t}, \quad C \in \mathbb{R}$.

Question 2. **Déterminer la solution f de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4 qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.**

1. On écrit $f(t) = 5 + Ce^{-0,8t}$.
2. La condition $f(0) = 20$ impose $5 + C = 20$, donc $C = 15$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Démontrer que la limite de f(t), lorsque t tend vers +∞, est égale à 5.

On a $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$. Lorsque $t \to +\infty$, $e^{-0,8t} \to 0$. Le terme exponentiel tend donc vers zéro et il reste la constante 5.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. En déduire que la courbe représentative C admet une asymptote et donner une équation de cette asymptote.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et égale à 5. La courbe admet donc une asymptote horizontale d'équation :

$$y = 5.$$

✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. Sachant que f'(t) = -12e$^{-0,8t}$ sur [0 ; +∞[, dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$. La fonction décroît strictement de $f(0) = 20$ vers sa limite 5.

t	**0**	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	
$f(t)$	20	$\searrow 5$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f décroît strictement de 20 vers 5.

Question 3. Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.

La vitesse reste strictement supérieure à 5, car $15e^{-0,8t} > 0$ pour tout $t \geq 0$. Elle tend vers 5 sans atteindre zéro. Le chariot ne s'immobilise donc pas selon ce modèle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : sa vitesse tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sans s'annuler.

Question 4. a. La fonction F est définie sur [0 ; +∞[par F(t) = -18,75e$^{-0,8t}$ + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur cet intervalle.

En dérivant F, on obtient $F'(t) = -18,75 \times (-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5$. Or cette expression est $f(t)$ sur $[0; +\infty[$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4. b. La distance parcourue entre les instants t_0 et t_1 est donnée par l'intégrale de f entre ces instants. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.

La distance est $F(1) - F(0)$. En remplaçant les bornes par leurs valeurs :

$$d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}\ \mathrm{m}.$$

L'évaluation décimale, arrondie au centimètre, donne $15,33\ \mathrm{m}$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}\ \mathrm{m} \approx 15,33\ \mathrm{m}$.

Partie C - Étude locale

Question 1. Choisir, parmi les propositions, l'unique expression exacte du développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Aucune justification n'est demandée.

Le développement limité à l'ordre 2 est $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, où $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$. C'est la troisième proposition.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 2. Donner une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0.

La tangente au point d'abscisse 0 a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$. Or $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12e^0 = -12$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 20 - 12t$.

2. Contrôle de production de tubes fluorescents et de rivets

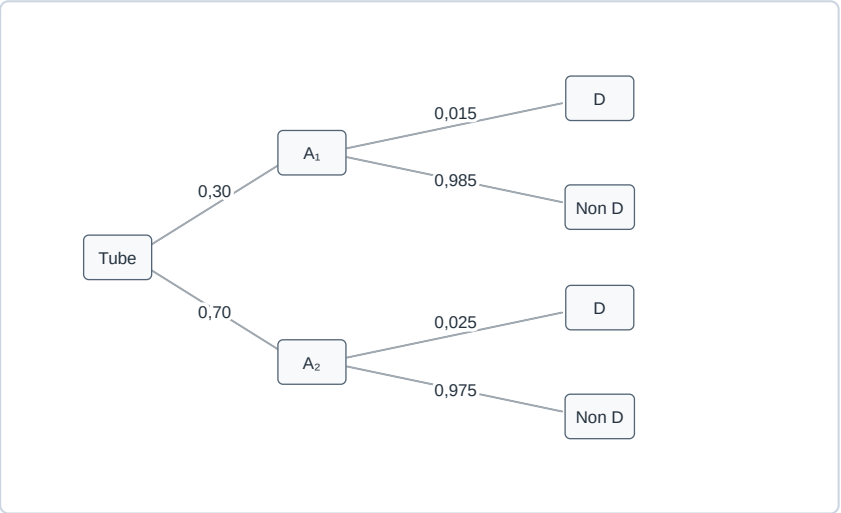
Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers, dont les parts de production et les taux de défaut sont différents ; l'épreuve étudie aussi leur durée de bon fonctionnement. Un contrôle distinct porte sur la proportion de rivets conformes dans un échantillon de 1 000 pièces.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant le choix de l'atelier de production et la présence ou l'absence d'un défaut sur un tube, à partir des données fournies.

Le premier niveau distingue les deux ateliers, puis chaque atelier se sépare selon la présence ou non d'un défaut. Les probabilités des branches « sans défaut » sont les complémentaires des taux de défaut : 1 − 0,015 = 0,985 et 1 − 0,025 = 0,975.

Atelier de production et état du tube



Les probabilités des branches après A_1 et A_2 sont conditionnelles à l'atelier.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Arbre pondéré : ateliers 1 et 2, puis défaut ou absence de défaut.

Question 2. Calculer la probabilité $P(A_1 \cap D)$, où A_1 désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

Le chemin correspondant à l'événement « atelier 1 et tube défectueux » passe par A_1 puis D. La probabilité de ce chemin est le produit de la probabilité de choisir l'atelier 1 par celle d'un défaut dans cet atelier : $P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0,0045$.

Question 3. Montrer que la probabilité qu'un tube choisi au hasard présente un défaut est P(D) = 0,0220.

Les deux ateliers forment une partition de la production. La probabilité d'obtenir un tube défectueux est donc la somme des probabilités des deux chemins aboutissant à D :

$$P(D) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,0045 + 0,0175 = 0,0220.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,0220.$

Question 4. Sachant que le tube choisi ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.

On cherche une probabilité conditionnelle sachant que le tube est sans défaut. La probabilité qu'il provienne de l'atelier 2 et soit conforme vaut $0,70 \times 0,975 = 0,6825$. La probabilité qu'il soit conforme est $1 - 0,0220 = 0,978$.

Ainsi, $P(A_2 \mid \overline{D}) = \dfrac{0,6825}{0,978} \approx 0,698.$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit $69,8\,\%$.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. La durée de bon fonctionnement T d'un tube suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.

Pour une loi exponentielle de paramètre λ, l'espérance est $E(T) = \dfrac{1}{\lambda}$. Ici, le sujet donne $\lambda = 0,0001$, donc $E(T) = \dfrac{1}{0,0001} = 10\,000$ heures. En moyenne, un tube fonctionne donc 10 000 heures avant de présenter une défaillance.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 10\,000$ heures, durée moyenne de bon fonctionnement.

Question 2. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube fluorescent choisi au hasard soit inférieure à 8 000 heures.

La formule fournie est $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Avec $\lambda = 0,0001$ et $t = 8\,000$, on obtient :

$P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0,0001 \times 8\,000} \approx 0,55067$, soit $0,55$ au centième. Comme la loi est continue, les probabilités pour $T < 8\,000$ et $T \leq 8\,000$ sont égales.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T < 8\,000) \approx 0,55$ au centième.

Question 3. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube fluorescent choisi au hasard soit supérieure à 10 000 heures.

La probabilité de dépasser 10 000 heures est la probabilité complémentaire de celle d'une durée inférieure ou égale à 10 000 heures :

1. $P(T > 10\,000) = 1 - P(T \leq 10\,000)$.
2. Donc $P(T > 10\,000) = e^{-0,0001 \times 10\,000} \approx 0,36788$, soit $0,37$ au centième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T > 10\,000) \approx 0,37$ au centième.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. Parmi les 1 000 rivets prélevés, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence de rivets conformes observée dans l'échantillon. Il y en a 975 sur 1 000, donc $f = \hat{p} = \dfrac{975}{1\,000} = 0,975$. Cette estimation correspond à 97,5 % de rivets conformes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\hat{p} = 0,975$, soit $97,5\,\%$.

Question 2. À l'aide de la formule fournie pour un intervalle de confiance d'une proportion au niveau de confiance de 95 %, déterminer un intervalle centré sur la fréquence observée et arrondir ses bornes à 10^{-3} près.

On utilise la fréquence observée $f = 0,975$, l'effectif $n = 1\,000$ et la formule donnée :

$$\left[0,975 - 1,96\sqrt{\frac{0,975(1-0,975)}{1\,000}}\ ;\ 0,975 + 1,96\sqrt{\frac{0,975(1-0,975)}{1\,000}}\right].$$

Les bornes obtenues sont environ 0,965323 et 0,984677. Arrondies au millième, elles donnent l'intervalle demandé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : $[0,965\ ;\ 0,985]$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du BTS, session 2022, code 22MATGRB1, dure 2 heures et a un coefficient de 2, sauf en Traitement des matériaux où il est de 3. Elle étudie le freinage d'un chariot et le contrôle de production industrielle. Les compétences évaluées portent sur les équations différentielles, l'analyse, les intégrales, les probabilités, la loi exponentielle et l'estimation par intervalle de confiance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de $y' + ay = 0$ sont $y(t) = Ke^{-at}$; une solution particulière permet d'obtenir les solutions de l'équation avec second membre.
- Si $f(t)$ tend vers L en $+\infty$, la courbe de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = L$.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ et $E(T) = 1/\lambda$.
- L'intervalle de confiance fourni à 95 % est $[f - 1{,}96\sqrt{(f(1 - f)/n}\ ;\ f + 1{,}96\sqrt{(f(1 - f)/n}]$, où f est la fréquence observée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier l'équation différentielle et appliquer correctement la condition initiale pour déterminer la constante.
- Dans l'arbre pondéré, distinguer les probabilités des ateliers des probabilités conditionnelles de défaut.
- Distinguer $P(T \leq t)$ de $P(T > t)$ et conserver des unités cohérentes pour λ et le temps.
- Respecter les arrondis demandés : au centimètre pour la distance, à 10^{-2} pour les probabilités et à 10^{-3} pour l'intervalle.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment calculer la distance parcourue par le chariot entre deux instants ?

La distance entre t_0 et t_1 est l'intégrale de la vitesse sur cet intervalle. Avec une primitive F de f, on calcule $F(t_1) - F(t_0)$, puis on arrondit au centimètre, comme demandé dans le sujet.

Q : Comment déterminer la probabilité qu'un tube provienne de l'atelier 2 sachant qu'il est sans défaut ?

On calcule $P(A_2 \mid \text{non D}) = P(A_2 \cap \text{non D}) / P(\text{non D})$. Le numérateur s'obtient en multipliant la probabilité de l'atelier 2 par celle d'absence de défaut dans cet atelier.

Q : Combien de temps dure l'épreuve et comment répartir le travail ?

L'épreuve dure 2 heures et comprend deux exercices de 10 points chacun. Répartissez le temps entre les exercices, traitez les questions indépendantes et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités et arrondis.

Q : Quelles précisions d'arrondi et d'interprétation faut-il respecter ?

Suivez exactement les consignes : probabilités à 10^{-2} près, bornes de l'intervalle à 10^{-3} près et distance au centimètre. Exprimez les durées en heures et donnez une interprétation lorsque la question la demande.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsci.fr/assets/annales/bts-ci/E2 - Mathématiques/2022/BTS CI - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Commerce International : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.